

ISSN 0201-727X



ВЕСТНИК

РОСТОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

№ 4
2011

ISSN 0201–727X

РОСЖЕЛДОР

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Ростовский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО РГУПС)

ВЕСТНИК

**Ростовского государственного университета
путей сообщения**

Научно-технический журнал

№ 4 (44)

Ростов-на-Дону
2011

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

<i>Колесников В.И., Мясникова Н.А., Мигаль Ю.Ф., Буря А.И., Мясников Ф.В., Чигвинцева О.П.</i> Влияние адгезионного сцепления на границе раздела компонент на фрикционные характеристики полимерных композитов	9
<i>Колесников В.И., Ермаков С.Ф., Волнянко Е.Н., Мулярчик В.В., Мясникова Н.А., Сычев А.П., Савенкова М.А., Свицкий А.П.</i> Влияние жидкокристаллических соединений холестерина на трение твердых тел	13
<i>Буря А.И., Кузнецова О.Ю., Колесников В.И., Мясникова Н.А., Лемешко А.П.</i> Исследование теплофизических свойств композитов на основе фенилона и гибридного наполнителя	20
<i>Бойко Н.И., Фисенко К.С.</i> Усилия резания при шлифовании горячего наплавленного металла	25
<i>Заковоротный В.Л., Фам Динь Тунг.</i> Бифуркации в динамической системе резания	29
<i>Колесников И.В., Сычев А.П., Лапицкий А.В., Воропаев А.И., Сычев А.А.</i> Новые безасбестовые материалы для узлов трения подвижного состава	37
<i>Кужаров А.С., Кужаров А.А.</i> Избирательный перенос: мифы и реалии	42
<i>Миньков Д.В.</i> Особенности изнашивания деталей шестеренных насосов-дозаторов растворов арамидных волокон	50
<i>Морозкин И.С., Сурженко С.А.</i> Исследование движения электродной проволоки в направляющем канале сварочного полуавтомата в начальный момент зажигания дуги при сварке плавящимся электродом	56
<i>Мышкин Н.К., Сергиенко В.П., Бухаров С.Н.</i> Вибрация и шум тормозных механизмов машин	61
<i>Озьякин А.Л., Колесников И.В.</i> Методы повышения надежности резьбовых соединений тормозных систем вагонов	66
<i>Сидашов А.В., Козаков А.Т.</i> Сегрегационные процессы в колесных сталях при высоких температурах в воздушной среде по данным рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии	76
<i>Целуев М.Ю., Сергиенко, В.П.</i> Численное исследование температурных полей в парах трения многодисковых фрикционов коробки перемены передач транспортного средства	82
<i>Чебаков М.И., Газзаев Д.А., Колосова Е.М., Иваночкин П.Г.</i> Моделирование контактного взаимодействия в цилиндрическом подшипнике скольжения с продольными протекторными вставками в виде спиралей	89
<i>Чукарин А.Н., Тамаркин М.А., Щерба М.Ю.</i> Экспериментальные исследования шума и вибраций бабинно-дисковых и цилиндрических шлифовальных деревообрабатывающих станков	98
<i>Шаповалов В.В., Александров А.А., Ялышев Р.Г.</i> Тепловой расчет фрикционного контакта при возможности термомеханического повреждения	101
<i>Шульга Г.И., Скринников Е.В., Колесниченко А.О., Конечный А.Н.</i> Смазочные свойства пластичных смазочных материалов со структурированными нанопорошковыми загустителями	108

- 11 **Yang, S.** Brake vibration and noise: reviews, comments and proposals / S. Yang, R.F. Gibson // Int. Journal of Materials and Product Technology. – 1997. – Vol. 12. – № 4–6. – P. 496–513.
- 12 **Cunefare, K.** Investigation of disc brake squeal via sound intensity and laser vibrometry / K. Cunefare // SAE Paper 2001-01-1604. – 2001.
- 13 **Brecht, J.** Influence of Friction Law on Brake Creep-Groan / J. Brecht, K. Shiffner // SAE Paper 2001-01-3138. – 2001.
- 14 **Rubinstein, S.M.** Detachment Fronts and the onset of Friction / S.M. Rubinstein, G. Cohen, J. Fineberg // Nature. – 2004. – Vol. 430. – P. 1005–1009.
- 15 **Hoffmann, N.** Friction Induced Vibrations of Brakes: Research Fields and Activities / N. Hoffmann, L. Gaul // SAE paper 2008-01-2579. – 2008.
- 16 **Zhang, L.** Brake Judder-Induced Steering Wheel Vibration Experiment, Simulation and Analysis / L. Zhang, G. Ning, Zh. Yu // SAE paper 2007-01-3966. – 2007.
- 17 **Hu, Y.K.** Brake squeal DOE using Nonlinear Transient Analysis / Y.K. Hu, A. Mahajan, K. Zhang // SAE Paper Number 1999-01-1737. – 1999.
- 18 **Sergienko, V.P.** Noise and vibration in brake systems of vehicles. Part 2: Theoretical prediction procedures (review) / V.P. Sergienko, S.N. Bukharov // Journal of Friction and Wear. – 2009. – Vol. 30. – № 3. – P. 216–226.
- 19 **Sergienko, V.P.** Formula and structure effect of frictional materials on their damping properties and NVH performance of friction joints / V.P. Sergienko, S.N. Bukharov // SAE paper 2009-01-3016. – 2009.
- 20 **Sergienko, V.P.** Material science approach to reduce vibration and noise at the unsteady friction processes / V.P. Sergienko, S.N. Bukharov // Proceedings of the 8-th International Symposium on friction products and materials. – Yaroslavl. – September 28–30, 2010. – P. 81–86.

УДК 629.45 / 46.077 + 06

А.Л. Озябкин, И.В. Колесников

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТОРМОЗНЫХ СИСТЕМ ВАГОНОВ

Наиболее сложно и трудоёмко оптимизационные триботехнические задачи решаются для мобильных фрикционных систем, таких как железнодорожный транспорт. Это обусловлено жёсткими требованиями, предъявляемыми к мобильным системам с точки зрения их надёжности и безопасности. Надёжность, долговечность и эффективность данных систем в основном зависят от надёжности, долговечности и эффективности таких узлов трения, как тормозные системы, гасители колебаний, состояния колёс и рельсов и так далее. Одним из наиболее распространенных способов соединения трубопроводов тормозных систем железнодорожных вагонов, работающих под давлением, являются резьбовые соединения.

При движении подвижного состава в местах соединений трубопроводов под влиянием общей вибрации соединительные резьбовые узлы подвергаются изнашиванию, что может приводить к потере их герметичности, снижению их надёжности и безопасности движения.

От качества проектирования, сборки и условий эксплуатации подвижного состава зависит его общая надёжность. На стадии проектирования вагонов надёжность закладывается, например, при проведении теоретических *расчётов* механической подсистемы *на устойчивость*.

Контроль надёжности фрикционных соединений, выявляющий качество сборки фрикционных связей и условий их эксплуатации, возможен за счёт *мониторинга внутреннего состояния*, например резьбовых соединений тормозных магистралей вагонов.

Механическая подсистема железнодорожного вагона представляет собой составную часть триботехнической системы «подвижной состав – железнодорожный путь». С точки зрения механики вагон представляет собой систему из физических тел и связей между ними [1]. Части вагона, отделённые от ходовых частей рессорами (кузов, рамы тележек с буксовым подвешиванием, надрессорные балки), называют обрессоренными, а находящиеся ниже рессор (колёсные пары, буксы и др.) – неподдрессоренными. Неподдрессоренные части вагона упругие, но ввиду их относительно большой жёсткости в расчётах они часто считаются абсолютно твёрдыми. Конструктивные связи между отдельными частями вагона направляют их движение, ограничивают или исключают вообще их относительную подвижность. Жёсткие связи подразделяют на геометрические и кинематические (дифференциальные). Первые из них накладывают условия на координаты точек тела и в свою очередь делятся на стационарные, не зависящие от времени; вторые накладывают условия на скорости точек масс, составляющих железнодорожный вагон и путь, и делятся на интегрируемые (голономные) и неинтегрируемые (неголономные).

Упругие, упруго-вязкие, упруго-фрикционные и подобные им связи, передавая силовые воздействия между отдельными массами, стесняют их относительные перемещения, не изменяя общего числа степеней свободы. В железнодорожных вагонах такими связями являются рессоры, амортизаторы и т.д. По форме силовой характеристики «сила – перемещение» упругие связи бывают линейные, кусочно-линейные с уменьшающейся или возрастающей жёсткостью и нелинейные, «жёсткие» и «мягкие». Величины частот колебаний механической подсистемы в первую очередь определяют динамические качества вагона: габаритную безопасность, плавность хода, устойчивость в движении, а также величины сил, от которых зависит прочность элементов вагона и железнодорожного пути.

Сложность анализа такой подсистемы обусловлена сложной трёхкоординатной динамикой, связанной с движением вагонов по неровностям железнодорожного пути и с неровностями на поверхности катания, изменением условий окружающей среды, наличием фрикционных связей и физико-химическими процессами, протекающими во фрикционных подсистемах подвижного состава. При этом выходные триботехнические характеристики узлов трения зависят от основных и второстепенных физических величин, которых насчитывается около 50.

Используемые методы математического моделирования трибосистем подвижного состава не позволяют адекватно оценить нелинейную триботермодинамику фрикционных её связей и, следовательно, недостоверно оценивают их надёжность. При математическом же моделировании современными вычислительными системами, такими как «Универсальный механизм» [2], можно одновременно оценить только до 6 сочетаний физических параметров системы (720 дифференциальных уравнений), а остальные физические величины либо не учитываются, либо закладываются как постоянные величины. Это значительно снижает достоверность исследования фрикционных подсистем и общую надёжность подвижного состава. Система осей координат, принимаемая при изучении динамики вагона, показана на рис. 1 [1].

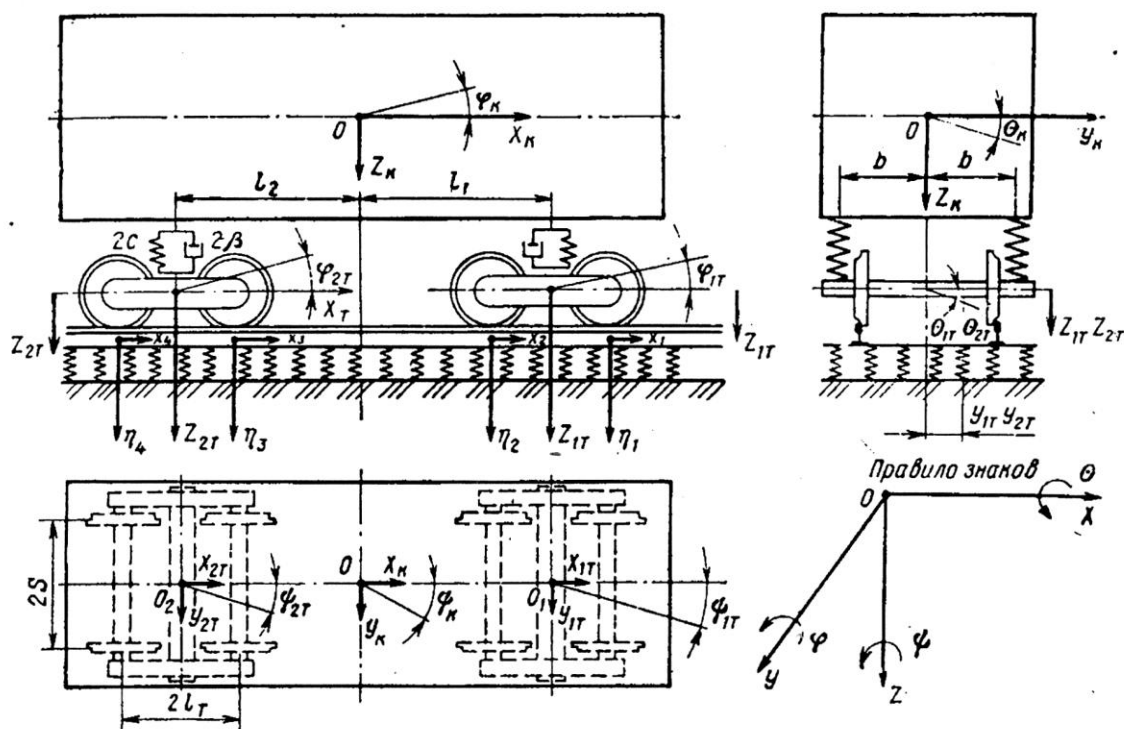


Рис. 1. Система осей координат вагона:

- $\pm x$ – подёргивание; $\pm y$ – боковой относ; $\pm z$ – подпрыгивание; $\pm \theta$ – боковая (поперечная) качка;
- $\pm \varphi$ – галомирование (продольная) качка; $\pm \psi$ – виляние; $2c, 2\beta$ – соответственно жёсткость и коэффициент вязкого сопротивления двух рессорных комплектов тележки;
- $\eta_1 - \eta_4$ – неровности рельсов соответственно для каждой колёсной пары; $2l = l_1 + l_2$ – база вагона;
- $2l_T$ – база тележки; $2b$ – поперечная база, или расстояние между осями рессорных комплектов вагона

При исследовании амплитуд собственных и вынужденных колебаний механической системы вагона дифференциальные уравнения записывают в матрично-векторной форме записи, в которой все координаты принятой расчётной схемы объединяют в один обобщённый вектор состояния

$$\vec{z}^T = \{z_K, y_K, \theta_K, \varphi_K, \psi_K, z_{m1}, \varphi_{m1}, z_{m2}, \varphi_{m2}\}. \quad (1)$$

С учётом выражения (1) система дифференциальных уравнений будет иметь вид

$$M\ddot{z} + B\dot{z} + Cz = B^n\dot{\eta} + C^n\eta, \quad (2)$$

где M – инерционная матрица, $M = \text{diag}[m_k m_k J_{kx} J_{ky} J_{kz} m_{m1} J_{m1y} m_{m2} J_{m2y}]$; B – матрица скоростных коэффициентов; C – матрица жёсткости; B^n , C^n – матрицы преобразования вектора внешнего возмущения; $\eta^T = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, 0, 0, 0, 0, 0\}$ – вектор внешнего возмущения.

Матрицы B и C в уравнении (2) также имеют размер 9×9 и по структуре совершенно одинаковы. Так, матрица B имеет вид

$$B = \begin{bmatrix} 4\beta_z & 0 & -2\beta_z(b_1 - b_2) & 2\beta_z(l_1 - l_2) & 0 & -2\beta_z & 0 & -2\beta_z & 0 \\ 0 & 4\beta_y & -4\beta_y h & 0 & 2\beta_y(l_1 - l_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\beta_z(b_1 - b_2) & -4\beta_y h & 2[\beta_z(b_1^2 + b_2^2) + 2\beta_y h^2] & \beta_z(b_1 - b_2)(l_2 - l_1) & -2\beta_y h(l_1 - l_2) & \beta_z(b_2 - b_1) & 0 & \beta_z(b_2 - b_1) & 0 \\ -2\beta_z(l_2 - l_1) & 0 & -\beta_z(l_1 - l_2)(b_1 - b_2) & 2\beta_z(l_1^2 + l_2^2) & 0 & -2\beta_z l_1 & 0 & -2\beta_z l_2 & 0 \\ 0 & 2\beta_y(l_1 - l_2) & 2\beta_y(l_1 - l_2)h & 0 & 2\beta_y(l_1^2 + l_2^2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\beta_z & 0 & -\beta_z(b_1 - b_2) & 2\beta_z l_1 & 0 & 2(2\beta_{nz} + \beta_z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{nz} 4l_m^2 & 0 & 0 \\ -2\beta_z & 0 & -\beta_z(b_1 - b_2) & -2\beta_z l_2 & 0 & 0 & 0 & 2(2\beta_{nz} + \beta_z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{nz} 4l_m^2 \end{bmatrix}$$

Матрицы преобразования входных возмущений B^n и C^n имеют одинаковую структуру и размер 9×9 . Так, матрица B^n имеет вид

$$B^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\beta_{nz} & 2\beta_{nz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\beta_{nz} l_m & 2\beta_{nz} l_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta_{nz} & 2\beta_{nz} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\beta_{nz} l_m & 2\beta_{nz} l_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Значения коэффициентов c_{ij} в матрице C могут быть получены из выражений для b_{ij} путём замены в них величины β на c с теми же цифровыми индексами.

Полученная система содержит девять дифференциальных уравнений второго порядка, причём первые семь из них взаимно связаны, и только два уравнения (седьмое и девятое), выражающие галопирование тележек, содержат только по одной неизвестной функции и, следовательно, могут быть решены независимо от остальных.

Собственную устойчивость системы дифференциальных уравнений (2), т.е. квазилинейной механической системы, можно оценить по характеристическому полиному степени $2n$, где n в нашем случае составляет 9 степеней свободы. Для этого выберем следующее представление для искомого решения

$$\begin{aligned} z_k &= Z_k e^{pt}; & y_k &= Y_k e^{pt}; & \theta_k &= \Theta_k e^{pt}; & \varphi_k &= \Phi_k e^{pt}; & \psi_k &= \Psi_k e^{pt}; \\ z_{m1} &= Z_{m1} e^{pt}; & \varphi_{m1} &= \Phi_{m1} e^{pt}; & z_{m2} &= Z_{m2} e^{pt}; & \varphi_{m2} &= \Phi_{m2} e^{pt}, \end{aligned} \quad (3)$$

где Z_k , Y_k , Θ_k , Φ_k , Ψ_k , Z_{m1} , Φ_{m1} , Z_{m2} , Φ_{m2} – постоянные величины; p – корни характеристического уравнения.

Сократив каждое уравнение на $e^{pt} \neq 0$ для начальных условий движения системы (при $t = 0$) и приведя подобные члены, получим систему однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных величин (3).

$$\begin{cases} Z_{\kappa} [m_{\kappa} p^2 + 4\beta_z p + 4C_z] - \Theta_{\kappa} [2\beta_z p(b_1 - b_2) + 2C_z(b_1 - b_2)] + \Phi_{\kappa} [2\beta_z p(l_1 - l_2) + 2C_z(l_1 - l_2)] - \\ - Z_{m1} [2\beta_z p + 2C_z] - Z_{m2} [2\beta_z p + 2C_z] = 0; \\ Y_{\kappa} [m_{\kappa} p^2 + 4\beta_y p + 4C_y] - \Theta_{\kappa} [4\beta_y p h + 4C_y h] + \Psi_{\kappa} [2\beta_y p(l_1 - l_2) + 2C_y(l_1 - l_2)] = 0; \\ \vdots \\ \Phi_{m2} [J_{m2y} p^2 + \beta_{nz} p 4l_m^2 + C_{nz} 4l_m^2] = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Для того чтобы система (4) имела нетривиальные (отличные от нуля) решения, необходимо, чтобы определитель, составленный из её коэффициентов, был равен нулю

$$\det(p) = \begin{vmatrix} m_{\kappa} p^2 + 4\beta_z p + 4C_z & -2\beta_z p(b_1 - b_2) - 2C_z(b_1 - b_2) & \dots & -2\beta_z p - 2C_z & 0 \\ 0 & m_{\kappa} p^2 + 4\beta_y p + 4C_y & -4\beta_y p h - 4C_y h & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{m2y} p^2 + \beta_{nz} p 4l_m^2 + C_{nz} 4l_m^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Определитель (5) является полиномом степени $2n$ относительно p и представляет собой характеристическое уравнение для системы дифференциальных уравнений (2). Его корни являются корнями характеристического полинома вида

$$A_0 \cdot p^{18} + A_1 \cdot p^{17} + A_2 \cdot p^{16} + \dots + A_6 \cdot p^2 + A_7 \cdot p + A_8 = 0, \quad (6)$$

где $A_0 \dots A_8$ – постоянные величины, определяемые из (5).

Определение корней характеристического полинома осуществляется на ЭВМ итерационными способами. Таким образом, установление устойчивых траекторий движения механической системы осуществляется по наличию отрицательности вещественных частей найденных корней. Кроме итерационных методов идентификации устойчивости траекторий движения по характеристическому полиному существует множество критериев устойчивости, например Рауса-Гурвица, Михайлова и т.д. [3].

Однако приведенные здесь методы идентификации устойчивых траекторий движения приближённые, так как не оценивают нелинейный характер связей механической системы – рессор, амортизаторов, подвижного контакта колёс с рельсами и характеристик балластной призмы, а также упруго-диссипативной природы процессов трения, возникающих в подвижных и неподвижных соединениях рассматриваемой трибосистемы «подвижной состав – путь».

Таким образом, механическая система железнодорожного вагона представляет собой сложную нелинейную систему. Было показано, что математическое моделирование такой системы всегда осуществляется с учётом ряда допущений, что может приводить во многих случаях к неадекватным результатам моделирования. Основным способом проверки конструктивных решений в механической системе вагона является *метод физико-математического моделирования* [4]. При этом необходим *системный подход, включающий в себя этап построения математической модели механической системы, которую можно условно считать линейной системой и вводить в неё физическую модель фрикционного узла трения, полученную методами натурного эксперимента.*

Процессы в оригинале и модели при динамическом подобии должны быть подобны, следовательно, описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями (2). Структура дифференциальных уравнений одинакова, поэтому *при создании модели* рассмотрим только два, соответствующие поступательному и вращательному движению одной из тележек механической системы при внешнем на систему возбуждении от неровностей железнодорожного пути η :

$$\begin{cases} m_{m1} \ddot{z}_{m1} + 2(2\beta_{nz} + \beta_z) \dot{z}_{m1} - 2\beta_z \dot{z}_{\kappa} + 2\beta_z l_1 \dot{\phi}_{\kappa} - \beta_z (b_1 - b_2) \dot{\theta}_{\kappa} + \\ + 2(2c_{nz} + c_z) z_{m1} - 2c_z z_{\kappa} + 2c_z l_1 \phi_{\kappa} - c_z (b_1 - b_2) \theta_{\kappa} = \\ = 2\beta_{nz} (\dot{\eta}_1 + \dot{\eta}_2) + 2c_{nz} (\eta_1 + \eta_2); \\ J_{m1y} \ddot{\phi}_{m1} + \beta_{nz} 4l_m^2 \dot{\phi}_{m1} + c_{nz} 4l_m^2 \phi_{m1} = -2\beta_{nz} l_m (\dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_2) - 2c_{nz} l_m (\eta_1 - \eta_2). \end{cases}$$

Введём в рассмотрение выборочные парциальные частоты:

$$k_1 = \sqrt{\frac{2(2c_{nz} + c_z)}{m_{m1}}}; \quad n_1 = \frac{2(2\beta_{nz} + \beta_z)}{2m_{m1}};$$

$$k_2 = \sqrt{4l_m^2 \frac{c_{nz}}{J_{m1y}}}; \quad n_2 = 4l_m^2 \frac{\beta_{nz}}{J_{m1y}},$$

где k_i и n_i – собственные частоты и частоты затухающих колебаний механической системы ($i = 1, 2, \dots$).

Для выведения критериев подобия механической системы запишем выбранные дифференциальные уравнения соответственно для оригинала и модели, введя соответствующие индексы o и m – для объекта исследования:

$$\begin{cases} m_{m1o} \ddot{z}_{m1o} + 2(2\beta_{nzo} + \beta_{zo}) \dot{z}_{m1o} - 2\beta_{zo} \dot{z}_{ko} + 2\beta_{zo} l_{1o} \dot{\varphi}_{ko} - \beta_{zo} (b_{1o} - b_{2o}) \dot{\theta}_{ko} + \\ + 2(2c_{nzo} + c_{zo}) z_{m1o} - 2c_{zo} z_{ko} + 2c_{zo} l_{1o} \varphi_{ko} - c_{zo} (b_{1o} - b_{2o}) \theta_{ko} = \\ = 2\beta_{nzo} (\dot{\eta}_{1o} + \dot{\eta}_{2o}) + 2c_{nzo} (\eta_{1o} + \eta_{2o}); \\ J_{m1yo} \ddot{\varphi}_{1o} + \beta_{nzo} 4l_{mo}^2 \dot{\varphi}_{m1o} + c_{nzo} 4l_{mo}^2 \varphi_{m1o} = -2\beta_{nzo} l_{mo} (\dot{\eta}_{1o} - \dot{\eta}_{2o}) - 2c_{nzo} l_{mo} (\eta_{1o} - \eta_{2o}). \end{cases}$$

$$k_{1o} = \sqrt{\frac{2(2c_{nzo} + c_{zo})}{m_{m1o}}}; \quad n_{1o} = \frac{2(2\beta_{nzo} + \beta_{zo})}{2m_{m1o}};$$

$$k_{2o} = \sqrt{4l_{to}^2 \frac{c_{nzo}}{J_{m1yo}}}; \quad n_{2o} = 4l_{to}^2 \frac{\beta_{nzo}}{J_{m1yo}};$$

– для модели:

$$\begin{cases} m_{m1m} \ddot{z}_{m1m} + 2(2\beta_{nzm} + \beta_{zm}) \dot{z}_{m1m} - 2\beta_{zm} \dot{z}_{km} + 2\beta_{zm} l_{1m} \dot{\varphi}_{km} - \beta_{zm} (b_{1m} - b_{2m}) \dot{\theta}_{km} + \\ + 2(2c_{nzm} + c_{zm}) z_{m1m} - 2c_{zm} z_{km} + 2c_{zm} l_{1m} \varphi_{km} - c_{zm} (b_{1m} - b_{2m}) \theta_{km} = \\ = 2\beta_{nzm} (\dot{\eta}_{1m} + \dot{\eta}_{2m}) + 2c_{nzm} (\eta_{1m} + \eta_{2m}); \\ J_{m1ym} \ddot{\varphi}_{m1m} + \beta_{nzm} 4l_{mm}^2 \dot{\varphi}_{m1m} + c_{nzm} 4l_{mm}^2 \varphi_{m1m} = -2\beta_{nzm} l_{mm} (\dot{\eta}_{1m} - \dot{\eta}_{2m}) - 2c_{nzm} l_{mm} (\eta_{1m} - \eta_{2m}) \end{cases} \quad (7)$$

$$k_{1m} = \sqrt{\frac{2(2c_{nzm} + c_{zm})}{m_{m1m}}}; \quad n_{1m} = \frac{2(2\beta_{nzm} + \beta_{zm})}{2m_{m1m}};$$

$$k_{2m} = \sqrt{4l_{mm}^2 \frac{c_{nzm}}{J_{m1ym}}}; \quad n_{2m} = 4l_{mm}^2 \frac{\beta_{nzm}}{J_{m1ym}}.$$

Отношения всех характеризующих уравнение величин представляются с помощью масштабов подобия:

$$C_m = \frac{m_{m1o}}{m_{m1m}}; \quad C_J = \frac{J_{m1yo}}{J_{m1ym}}; \quad C_C = \frac{c_{nzo}}{c_{nzm}} = \frac{c_{zo}}{c_{zm}}; \quad C_\beta = \frac{\beta_{nzo}}{\beta_{nzm}} = \frac{\beta_{zo}}{\beta_{zm}};$$

$$C_l = \frac{z_{m1o}}{z_{m1m}} = \frac{z_{ko}}{z_{km}} = \frac{l_{mo}}{l_{mm}} = \frac{l_{1o}}{l_{1m}} = \frac{b_{1o}}{b_{1m}} = \frac{b_{2o}}{b_{2m}} = \frac{\eta_{1o}}{\eta_{1m}} = \frac{\eta_{2o}}{\eta_{2m}};$$

$$C_\theta = \frac{\theta_{ko}}{\theta_{km}}; \quad C_\varphi = \frac{\varphi_{ko}}{\varphi_{km}} = \frac{\varphi_{m1o}}{\varphi_{m1m}}; \quad C_k = \frac{k_{1o}}{k_{1m}}; \quad C_n = \frac{n_{1o}}{n_{1m}},$$

где масштабы подобия:

C_m – массы тележки m_m ;

C_J – момента инерции тележки относительно бокового отнота;

C_C – коэффициентов упругости пружинных комплектов;

C_β – коэффициентов демпфирования используемых амортизаторов;

C_l – геометрических размеров;

C_θ – боковой качки кузова вагона;
 C_ϕ – углов продольной качки кузова и тележки;
 C_k – одной из собственных частот колебаний тележки;
 C_n – одной из затухающих частот колебаний тележки.

Полученные масштабы подобия вводятся в дифференциальное уравнение (7) для модели. В соответствии с первой теоремой подобия [5] получаем

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{C_m C_l}{C_t^2} m_{m1M} \ddot{z}_{m1M} + \frac{C_\beta C_l}{C_t} 2(2\beta_{nzm} + \beta_{zm}) \dot{z}_{m1M} - \frac{C_\beta C_l}{C_t} 2\beta_{zm} \dot{z}_{km} + \frac{C_\beta C_l C_\phi}{C_t} 2\beta_{zm} l_{1M} \dot{\phi}_{km} - \\ & - \frac{C_\beta C_l C_\theta}{C_t} \beta_{zm} (b_{1M} - b_{2M}) \dot{\theta}_{km} + C_C C_l \cdot 2(2c_{nzm} + c_{zm}) z_{m1M} - C_C C_l \cdot 2c_{zm} z_{km} + \\ & + C_C C_l C_\phi \cdot 2c_{zm} l_{1M} \phi_{km} - C_C C_l C_\theta \cdot c_{zm} (b_{1M} - b_{2M}) \theta_{km} = \\ & = \frac{C_\beta C_l}{C_t} 2\beta_{nzm} (\dot{\eta}_{1M} + \dot{\eta}_{2M}) + C_C C_l \cdot 2c_{nzm} (\eta_{1M} + \eta_{2M}); \\ & \frac{C_J C_\phi}{C_t^2} J_{m1yM} \ddot{\phi}_{m1M} + \frac{C_\beta C_l C_\phi}{C_t} \beta_{nzm} 4l_{mM}^2 \dot{\phi}_{m1M} + C_C C_l C_\phi \cdot c_{nzm} 4l_{mM}^2 \phi_{m1M} = \\ & = - \frac{C_\beta C_l}{C_t} 2\beta_{nzm} l_{mM} (\dot{\eta}_{1M} - \dot{\eta}_{2M}) - C_C C_l \cdot 2c_{nzm} l_{mM} (\eta_{1M} - \eta_{2M}) \\ & C_k k_{1M} = \sqrt{\frac{C_C \cdot 2(2c_{nzm} + c_{zm})}{C_m \cdot m_{m1M}}}; C_n n_{1M} = \frac{C_\beta \cdot 2(2\beta_{nzm} + \beta_{zm})}{C_m \cdot 2m_{m1M}}; \\ & C_k k_{2M} = \sqrt{\frac{C_l C_C \cdot 4l_{mM}^2 \cdot c_{nzm}}{C_J \cdot J_{m1yM}}}; C_n n_{2M} = \frac{C_l C_\beta \cdot 4l_{mM}^2 \cdot \beta_{nzm}}{C_J \cdot J_{m1yM}}. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Условие тождественности дифференциальных уравнений (7) и (8) в соответствии с первой теоремой подобия приводит к следующим критериям подобия:

$$\frac{C_m C_l}{C_t^2} \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_m}{C_\beta C_l} = 1; \quad \frac{C_m C_l}{C_t^2} \cdot \frac{1}{C_C C_l} = \frac{C_m}{C_C C_t^2} = 1; \quad (9)$$

$$\frac{C_\beta C_l}{C_t} \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = 1; \quad \frac{C_\beta C_l}{C_t} \cdot \frac{1}{C_C C_l} = \frac{C_\beta}{C_C C_t} = 1; \quad (10)$$

$$\frac{C_\beta C_l C_j}{C_t} \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = C_j = 1; \quad \frac{C_\beta C_l C_j}{C_t} \cdot \frac{1}{C_C C_l} = \frac{C_\beta C_j}{C_C C_t} = 1; \quad (11)$$

$$\frac{C_\beta C_l C_j}{C_t} \cdot \frac{1}{C_C C_l} = \frac{C_\beta C_j}{C_C C_t} = 1; \quad \frac{C_\beta C_l C_\theta}{C_t} \cdot \frac{1}{C_C C_l} = \frac{C_\beta C_\theta}{C_C C_t} = 1; \quad (12)$$

$$C_C C_l \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_C C_t}{C_\beta} = 1; \quad C_C C_l \cdot \frac{1}{C_C C_l} = 1; \quad (13)$$

$$C_C C_l C_j \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_C C_j C_t}{C_\beta} = 1; \quad C_C C_l C_j \cdot \frac{1}{C_C C_l} = C_j = 1; \quad (14)$$

$$C_C C_l C_\theta \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_C C_\theta C_t}{C_\beta} = 1; \quad C_C C_l C_\theta \cdot \frac{1}{C_C C_l} = C_\theta = 1; \quad (15)$$

$$\frac{C_j C_j}{C_t^2} \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_j C_j}{C_\beta C_l C_t} = 1; \quad \frac{C_j C_j}{C_t^2} \cdot \frac{1}{C_c C_l} = \frac{C_j C_j}{C_c C_l C_t^2} = 1; \quad (16)$$

$$\frac{C_\beta C_l C_j}{C_t} \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = C_j = 1; \quad \frac{C_\beta C_l C_j}{C_t} \cdot \frac{1}{C_c C_l} = \frac{C_\beta C_j}{C_c C_t} = 1; \quad (17)$$

$$C_c C_l C_j \cdot \frac{C_t}{C_\beta C_l} = \frac{C_c C_j C_t}{C_\beta} = 1; \quad C_c C_l C_j \cdot \frac{1}{C_c C_l} = C_j = 1; \quad (18)$$

$$C_k = \sqrt{\frac{C_c}{C_m}} = \sqrt{\frac{C_l C_c}{C_j}}; \quad C_n = \frac{C_\beta}{C_m} = \frac{C_l C_\beta}{C_j}. \quad (19)$$

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1) мы получили подтверждение интерпретации первой теоремы подобия [5] о подобии геометрических функций и их аргументов в оригинале и модели, т.е. $C_\theta = C_\varphi = 1$ – выражения (11), (12), (14), (15), (17) и (18);

2) в качестве условия динамического подобия механической подсистемы вагона принимается равенство частот собственных колебаний модели и объекта исследования, т.е. $C_k = C_n = 1$ – выражения (19);

3) из (19) вытекает, что масштабы подобия массы, жёсткости рессорных комплектов вагона, коэффициента демпфирования амортизаторами колебаний должны быть одинаковы, т.е. $C_m = C_c = C_\beta$;

4) так как $C_m = C_c = C_\beta$, то из выражения (9) следует, что масштаб подобия времени испытаний $C_t = 1$ – следовательно, все модельные испытания должны проводиться в реальном масштабе времени; это также вытекает из того положения, что время, или период колебаний масс механической системы, есть величина, обратная частоте колебаний, т.е. $C_t = 1 / C_k = 1$;

5) на основании вышеизложенного, т.е. $C_c = C_\beta$, $C_\theta = C_\varphi = 1$ и $C_t = 1$, следует справедливость выражений (10)–(15), (17), (18);

6) так как $C_k = 1$, то из (19) вытекает, что масштаб подобия момента инерции должен быть в C_l раз больше масштаба подобия линейного коэффициента упругости, т.е. $C_j = C_c \cdot C_l$, где C_l – геометрический масштаб подобия модели; данный результат вытекает также из выражения (16), т.к. $C_\varphi = C_t^2 = 1$;

7) так как все испытания должны проводиться в реальном масштабе времени $C_t = 1$, то из этого следует, что необходимо изготавливать модельные пары из тех же материалов, из которых изготовлены реальные поверхности трения; тогда временные интервалы релаксации связей фрикционного контакта в реальных и модельных условиях будут равны друг другу.

Аналогичные условия равенства можно получить, рассматривая трех-, четырех-, ..., n -массные системы, то есть принятое условие обеспечивает динамическое подобие модели и объекта механических систем для любой n -массной системы.

Основным критерием достоверности модельного эксперимента следует считать реализацию в условиях модели *одинакового с натурным образцом вида изнашивания поверхностных слоев и интенсивности износа контактирующих тел*. В результате взаимного перемещения контактирующих поверхностей на фрикционном контакте возникают вынужденные колебания нормальных и тангенциальных напряжений, зависящих от координат, времени, относительной скорости их перемещения и максимальной объёмной температуры. При этом микронеровности будут формироваться и стремиться занять относительно друг друга такое положение, чтобы потери энергии при взаимной их деформации были минимально возможны. Поверхности трения приобретают характер равновесной шероховатости и характеризуются относительно стабильными геометрическими очертаниями. Принудительное изменение приведенной жёсткости механической системы однозначно приводит к реализации переходного процесса трения, по окончании которого на контакте устанавливается новая равновесная шероховатость. Процесс формирования равновесной шероховатости на поверхностях трения происходит при резонансе между собственной частотой колебаний напряжений на поверхности контакта и частотой колебаний напряжений, соответствующих одной из собственных частот колебаний механической системы. Спектр их частот очень обширен, поэтому практически всегда он «перекрывает» спектр частот возмущающих колебаний, генерируемых механической системой.

Для реализации условий динамического подобия процессов на поверхности фрикционного контакта при моделировании условий трения необходимо выполнить следующие условия [4, 6]:

$$C_k = C_n = C_T = C_h = C_r = C_A = C_{V_{ск}} = C_q = 1; \quad C_S = C_F = C_N = C_m = C_C = C_\beta = C_l^2; \quad C_J = C_C C_l = C_l^3,$$

где *масштабы подобия*:

- C_k – собственных частот колебаний;
- C_n – затухающих частот колебаний;
- C_T – периода колебаний;
- C_h – высоты активного микрообъёма;
- C_r – радиуса закругления неровности активного микрообъёма;
- C_A – амплитуды деформации активного микрообъёма;
- $C_{V_{ск}}$ – скорости относительного скольжения;
- C_q – контактного давления;
- C_S – фактической площади касания;
- C_F – силы трения;
- C_N – нормальной нагрузки;
- C_m – массы активного микрообъёма;
- C_C – жёсткости активного микрообъёма;
- C_β – эквивалентных значений коэффициента демпфирования;
- C_l – геометрических размеров;
- C_J – моментов инерции активных микрообъёмов.

Исследование трибохарактеристик резьбовых соединений тормозных магистралей подвижного состава наиболее достоверно отражает физический эксперимент с применением методики трибо-спектральной идентификации [4, 6], базирующейся на использовании частотного критерия устойчивости Найквиста для линеаризованных моделей [3]. Здесь достоинством критерия Найквиста является возможность использования для определения устойчивости *снятых экспериментально* частотных характеристик. Это оказывается особенно ценным в том случае, когда ввиду сложности исследуемой системы трудно получить исходные дифференциальные уравнения всей системы или её подсистем.

В методике трибо-спектральной идентификации [4, 6] в качестве объекта наблюдения выступает реальная механическая система подвижного состава, движущаяся по неровностям пути. Так как наблюдаемыми являются вибрационные последовательности, снимаемые с реальной механической системы подвижного состава в двух ортогональных плоскостях фрикционного взаимодействия резьбовых соединений тормозных магистралей подвижного состава, то в них отображаются свойства как в случае устойчивого их фрикционного взаимодействия, так и неустойчивого, когда в их контакте развиваются фрикционные автоколебания. Эти колебания приводят к повышению скоростей относительного скольжения, нагреву активных микрообъёмов взаимодействующих поверхностей и переходу от упругих деформаций к пластическим и в конечном счёте к развитию фреттинг-коррозии. В этом случае анализ трибодинамики рассматривается на базе амплитудно-фазочастотных характеристик *комплексного коэффициента передачи*

$$H(i\omega) = \frac{S_{YX}(i\omega)}{|S_X(\omega)|^2} = A(\omega) \cdot e^{-i\varphi(\omega)} = P(\omega) + iQ(\omega), \quad (20)$$

где $S_{YX}(i\omega)$ – взаимный спектр тангенциальной и нормальной составляющих вибрационных последовательностей данных; $S_X(\omega)$ – автоспектр нормальной составляющей фрикционного взаимодействия; $A(\omega)$ – амплитудочастотная характеристика; $\varphi(\omega)$ – фазочастотная характеристика; $P(\omega)$ – действительная частотная характеристика; $Q(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

Использование частотного коэффициента передачи (20) позволяет исключить этап линеаризации и тем самым повысить информативность получаемых амплитудно-фазочастотных характеристик, так как в них *сохраняется и не искажается* физическая информация об: соотношении упругих, диссипативных и инерционных составляющих; фазовых изменениях тангенциальной относительно нормальной составляющих фрикционного взаимодействия; диссипативных потерях и триботермодинамике исследуемой системы.

В критерии устойчивости Найквиста имеются две оценки стабильности системы [3]: запас устойчивости по амплитуде (ограничение по инерционной составляющей) и запас устойчивости по фазе (ограничение по диссипативной составляющей) *линеаризованной модели*. Так как при вычислении комплексного коэффициента передачи (20) трибосистемы на комплексной плоскости отображаются нелинейные свойства анализируемой трибосистемы, т.е. упругие, диссипативные и инерционные составляющие фрикционного взаимодействия, то, очевидно, что физическая сущность этих составляющих в амплитудно-фазочастотных характеристиках, так и в критерии Найквиста не изменяется. В этом случае вопросам устойчивости по амплитуде и фазе посвящено много литературных источников, в которых предлагается тем или иным способом ограничивать запретную область для инерцион-

ных и диссипативных составляющих взаимодействия (критерии Попова, Пальтова, Пуша).

Например, частотный критерий устойчивости В.М. Попова [3] для систем с одной однозначной нелинейностью в его графической форме может быть применён при любой сложности линейной части системы и численно заданных коэффициентах уравнений. Более того, он может быть применён в случае, когда *не заданы уравнения, но известна экспериментально снятая амплитудно-фазовая частотная характеристика линейной части $H(i\omega)$* . Здесь под линейной частью понимается передаточная функция механической подсистемы, например, подвижного состава. Так как мы анализируем амплитудно-фазочастотные характеристики реальной механической системы, в вибрационных последовательностях которой отображаются свойства того или иного фрикционного контакта, то мы вправе применять критерии устойчивости Найквиста, Попова, Пальтова и др. для анализа фрикционных систем для ограниченного временного диапазона как систем с замороженными коэффициентами [7].

Это позволяет сделать утверждение, что независимо от того, как получены амплитудно-фазочастотные характеристики – с использованием комплексного коэффициента передачи, либо по значениям линеаризованных коэффициентов функции передачи, – физический смысл критериев устойчивости Найквиста, Попова и др. не изменится. Следовательно, оценки стабильности системы, полученные указанными авторами, можно применять и для анализа оценок комплексной функции передачи (20), характеризующей нелинейную природу фрикционного взаимодействия при внешнем или внутреннем трении.

Получаемые с помощью классического метода оценки спектральной плотности мощности (СПМ) комплексного коэффициента передачи (20) линейно зависят от мощности синусоид, присутствующих в данных. Достоинством такого оценивания является то, что не требуется линеаризации сигналов и трибоспектров, и, следовательно, в анализируемом спектре *сохраняется вся динамика изменения виброколебаний на фрикционном контакте во времени, информация о фазовых превращениях в трибосистеме*.

Основным недостатком данного метода спектрального оценивания является искажающее воздействие просачивания по боковым лепесткам из-за неизбежного взвешивания в них конечных последовательностей данных, а также возможное наличие разрывов второго рода в анализируемых данных. Если значения начальных и конечных отсчётов конечного сигнала сильно различаются, при периодическом повторении на стыках сегментов возникают скачки, из-за которых спектр сигнала сильно расширяется. Обработка с помощью весовых окон [8] позволяет ослабить указанные недостатки за счёт некоторого ухудшения спектрального разрешения. Умножение сигнала на весовую функцию соответствует свертке спектров сигнала и весовой функции. Это приводит к тому, что пики, содержащиеся в спектре сигнала, несколько расширяются. Для получения статистически устойчивой спектральной оценки имеющиеся данные разбиваются на перекрывающиеся сегменты с последующим усреднением выборочных спектров, полученных по каждому такому сегменту. Количество сегментов выбирается в зависимости от требуемой степени гладкости спектральной оценки и требуемого спектрального разрешения. Снижение же уровня боковых лепестков позволяет обнаружить слабые компоненты сигнала, которые могут присутствовать в спектре.

Разрешение, обеспечиваемое классическими методами, не может превосходить величину, обратную длине записи данных, и не зависит от характеристик анализируемых данных. Устойчивые результаты (малые спектральные флуктуации) и хорошая точность (малое смещение относительно истинных спектральных значений на всех частотах) достижимы только тогда, когда произведение $T_e \cdot B_e \gg 1$, где T_e – полный интервал записи данных, а B_e – эффективное разрешение по частоте.

Здесь величину коэффициента трения во фрикционной подсистеме можно оценить исходя из текущих значений комплексного коэффициента передачи на нулевой частоте, $H(0)$, исследуемых модельных образцов.

Так как СПМ комплексного коэффициента передачи (20) усредняется с использованием k весовых окон, то для достоверной идентификации анализируемой трибосистемы необходимо использовать методы математической статистики для оценки вероятности получаемых спектральных оценок. Здесь можно использовать, например, критерий *Хи-квадрат* для оценки величин разброса спектральных оценок как функции заданной вероятности ($p = 0,95$) и количества усредняемых весовых окон k .

Для повышения достоверности идентификации трибодинамики фрикционных подсистем, в частности резьбовых соединений тормозных магистралей подвижного состава, предлагается использовать вновь разработанные интегральные оценки диссипации I_Q и степени диссипации I_γ трибосистемы

$$I_Q = \int_0^{\omega_H} |Q(\omega)| d\omega; \quad I_\gamma = \frac{\int_0^{\omega_H} |Q(\omega)| d\omega}{\int_0^{\omega_H} |P(\omega)| d\omega}, \quad (21)$$

как во всём частотном диапазоне спектрального анализа, так и по октавным или 1/3, 1/12 и 1/24 доле-октавным полосам частот.

Здесь оценка I_γ для фрикционных систем аналогична степени демпфирования γ линейной механической системы, описываемой дифференциальным уравнением

$$m\ddot{y} + \beta\dot{y} + Cy = x \quad \text{или} \quad \ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2y = x/m, \quad \gamma = n/k,$$

где x – входное воздействие; y – выходной отклик системы; m – масса; β – коэффициент демпфирования; C – коэффициент упругости; k – частота собственных колебаний, $k = \sqrt{\frac{C}{m}}$; n – частота затухающих колебаний, $n = \frac{\beta}{2m}$.

Анализ оценок запаса устойчивости по амплитуде и фазе, а также интегральных оценок (21) комплексного коэффициента передачи (20) реальной или модельной фрикционной подсистемы (например, резьбовых соединений тормозных магистралей подвижного состава) по октавным или доле-октавным полосам частот позволяет повысить достоверность идентификации трибохарактеристик фрикционной подсистемы, повысить безопасность движения подвижного состава и надёжность тормозной магистрали.

Превышение этих оценок более чем на два-три среднеквадратичных отклонения от стационарного состояния фрикционной подсистемы может свидетельствовать об изменении их технического состояния (например, развитии фреттинг-коррозии в элементах резьбовых соединений). На основе собранной информационной базы данных оценок (21) имеется возможность прогнозировать развитие аномальных режимов работы тормозной магистрали и своевременно устранять найденные неисправности тормозной магистрали подвижного состава.

Библиографический список

- 1 **Вершинский, С.В.** Динамика вагона : учебник для вузов ж.-д. трансп. – 3-е изд., перераб. и доп. / С.В. Вершинский, В.Н. Данилов, В.Д. Хусидов ; под ред. С.В. Вершинского. – М. : Транспорт, 1991. – 360 с.
- 2 **Ушкалов, В.Ф.** Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / В.Ф. Ушкалов [и др.] ; под ред. В.Ф. Ушкалова ; АН УССР. Ин-т техн. механики. – Киев : Наук. думка, 1989. – 240 с.
- 3 **Бесекерский, В.А.** Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М. : Изд-во «Наука», гл. редакция физико-математической литературы, 1972. – 768 с.
- 4 **Пат. 2343450 Российская Федерация, МКП G 01 N 3/56.** Способ испытаний узлов трения / В.В. Шаповалов, А.Л. Озябкин [и др.]. – № 2006121024/28 (022825) ; заявл. 13.06.06 ; опубл. 10.01.2009, Бюл. № 1.
- 5 **Браун, Э.Д.** Моделирование трения и изнашивания в машинах / Э.Д. Браун, Ю.А. Евдокимов, А.В. Чичинадзе. – М. : Машиностроение, 1982.
- 6 Амплитудно-фазочастотный анализ критических состояний фрикционных систем : монография / В.В. Шаповалов, А.В. Челохьян, И.В. Колесников [и др.]. – М. : ГОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2009. – 383 с.
- 7 **Заде, Л.** Теория линейных систем / Л. Заде, Ч. Дезоэр. – М. : Наука, 1979.
- 8 **Сергиенко, А.Б.** Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2003. – 604 с.

Bibliography

- 1 **Vershinsky, S.V.** Dynamics of car : Textbook for railway high schools / S.V. Vershinsky, V.N. Danilov, V.D. Husidov ; ed. by S.V. Vershinsky. – Moscow : Transport, 1991. – 360 p.
- 2 **Ushkalov, V. F.** Mathematical modelling of fluctuations of rail vehicles / V.F. Ushkalov [et al.] ; ed. by V.F. Ushkalov ; Academy of Sciences of the Ukrainian Soviet Socialist Republic. Institute of technical mechanics. – Kiev : Naukova Dumka, 1989. – 240 p.
- 3 **Besekersky, V.A.** The theory of systems of automatic control / V.A. Besekersky, E.P. Popov. – Moscow : Science Publishing House, main editorial office of physical and mathematical literature, 1972. – 768 p.
- 4 **Patent 2343450 Russian Federation, МКП G 01 N 3/56.** Method for friction tests / V.V. Shapovalov, A.L. Ozyabkin [et al.]. – № 2006121024/28 (022825) ; appl. 13.06.06 ; publ. 10.01.2009, Bull. № 1.
- 5 **Brown, E.D.** Modelling of friction and wear processes in machines / E.D. Brown, Ju.A. Evdokimov, A.V. Chichinadze. – Moscow : Machinostroenie, 1982.
- 6 The Amplitude-phase-frequent analysis of critical states of frictional systems : monography / V.V. Shapovalov, A.V. Chelokhyan, V.I. Kolesnikov [et al.]. – Moscow : GOU «Educational center for railway transport», 2009. – 383 p.
- 7 **Zade, L.** Theory of linear systems / L. Zade, C. Dezoer. – Moscow : Nauka, 1979.
- 8 **Sergienko, A.B.** Digital processing of signals / A.B. Sergienko. – St.-Petersburg : Peter, 2003. – 604 p.