

УДК 621.43.019:665.66:536 8

© С. В. Федосов, д-р техн. наук, профессор, академик
РААСН

© В. А. Масленников, канд. техн. наук, доцент

© Ю. П. Осадчий, канд. техн. наук, доцент

© А. В. Маркелов, аспирант

(Ивановский государственный политехнический
университет)

E-mail: aleksandr203.37@mail.ru

© S. V. Fedosov, Dr. Sci. Tech., Professor,
Academician of RAACS

© V. A. Maslennikov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

© Yu. P. Osadchiy, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

© A. V. Markelov, post-graduate student

(The Ivanovo Polytechnical University)

E-mail: aleksandr203.37@mail.ru

ВЛИЯНИЕ ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ НА ПРОЦЕСС УЛЬТРАФИЛЬТРАЦИИ ОТРАБОТАННОГО МОТОРНОГО МАСЛА СТРОИТЕЛЬНЫХ МАШИН

THE INFLUENCE OF PRESSURE DROP ON THE PROCESS OF ULTRAFILTRATION OF THE USED ENGINE OIL OF CONSTRUCTION MACHINES

Рассматривается задача определения профиля давлений в канале мембраны трубчатого типа при ультрафильтрации отработанного моторного масла строительных машин на основе решения системы дифференциальных уравнений, предложенных С.-Т. Хвангом и К. Каммермейером с помощью метода функционального преобразования Лапласа. Данное решение позволит учесть потери напора при инженерных расчетах ультрафильтрационных аппаратов трубчатого типа.

Ключевые слова: ультрафильтрация, отработанные моторные масла, строительные машины, потери давления, преобразование Лапласа.

The paper deals with the problem of determining the cross-section pressure in the port of the membrane of tubular type at ultrafiltration of the used engine oil of construction machines on the basis of the solving the system of differential equations offered by S.-T. Hwang and K. Kammermeyer by means of the Laplace functional transformation method. The received solution allows to consider pressure losses at engineering calculations of ultrafiltration devices of tubular type.

Key words: ultrafiltration, used engine oils, construction machines, pressure losses, Laplace transform.

При строительстве промышленных и гражданских сооружений, дорог и аэродромов в России используется несколько сотен тысяч единиц строительной техники. Силовые агрегаты строительной техники требуют периодической замены смазывающей жидкости с целью продления срока службы и уменьшения износа деталей. Отработанные моторные и трансмиссионные масла можно использовать повторно после процессов восстановления.

Одним из активно развивающихся направлений восстановления отработанного масла является создание регенерирующих комплексов, принцип действия которых основан на применении баромембранных процессов разделения жидкостей [1, 2].

Однако механизм разделения моторных масел и примесей не до конца выяснен, и нет матема-

тической модели, достаточно точно описывающей данный процесс и позволяющей определить оптимальные параметры его ведения.

Движущей силой процесса фильтрации является разность давлений в мембранном модуле, которую можно записать в следующем виде:

$$\Delta p = P_n - P_{\text{атм}}, \quad (1)$$

где P_n — начальное давление, создаваемое насосом над мембраной; $P_{\text{атм}}$ — давление под мембраной, равное атмосферному.

Трубчатый мембранный элемент представляет собой тонкий канал, в котором разделяемая жидкость имеет высокую скорость потока, что обеспечивает движение в режиме идеального вытеснения (рис. 1). Поэтому давление уменьшается вдоль канала и эффективность модуля снижается. Основной причиной потери давления

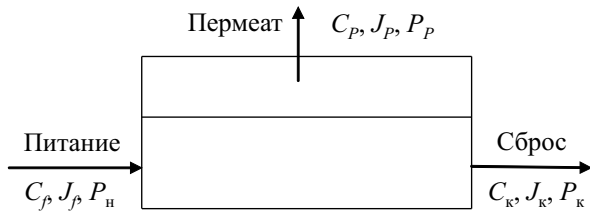


Рис. 1. Ультрафильтрационный модуль трубчатого типа

является гидродинамическое сопротивление у стенок канала. Кроме того, проникновение молекул через мембрану дополнительно увеличивает потерю давления в фазе высокого давления над мембраной P_n .

Эффект потери давления становится важным, особенно когда используется длинный тонкий мембранный канал. Для очень длинного канала потери напора могут быть так велики, что давления в сбросном потоке P_k и в пермеате P_p станут равными, и проницаемость прекратится.

Для нахождения потери давления по длине канала мембраны необходимо решить систему дифференциальных уравнений, состоящую из двух модифицированных уравнений материальных балансов и уравнения сохранения количества движения.

Известные специалисты в области мембранных процессов С.-Т. Хванг и К. Каммермейер [3] предлагают решение следующей системы дифференциальных уравнений для определения потери напора по длине узкого канала, записанной в безразмерной форме:

$$-dJ_k = dJ_p = ds \cdot P(C_f - C_p); \quad (2)$$

$$-d(J_k C_k) = C_p \cdot dJ_p = \varphi \cdot ds(C_f - C_p); \quad (3)$$

$$\frac{dP}{ds} = A_p \cdot J_p, \quad (4)$$

где J_k — объемный поток на сбросе из мембранного модуля, m^3/c ; J_p — объемный поток пермеата, m^3/c ; P — безразмерный перепад давления через мембрану, определяемый по формуле (5); C_p , C_f — концентрации асфальто-смолистых примесей соответственно на входе в мембранный модуль и в пермеате; φ — селективность мембраны по асфальто-смолистым примесям; A_p — параметр, отражающий величину потери давления вдоль канала мембраны в безразмерном виде, определяемый по формуле (6):

$$P = \frac{P_n - P_k}{\Delta p}. \quad (5)$$

$$A_p = \frac{8 \cdot \mu \cdot J_f}{\pi \cdot r^4 \cdot n \cdot \Delta p} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n} \frac{J_f \cdot C_b \cdot l}{G \cdot \Delta p}, \quad (6)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости, $H \cdot c/m^2$; J_f — объемный поток, разделяемой жидкости в трубке, m^3/c ; r — радиус поры, m ; n — число пор на единицу длины, $ед. м$; Δp — перепад давления при разделении, $Па$; C_b — мольная концентрация растворителя, $моль/кг$; l — толщина активного слоя мембраны, $м$.

Представленную систему дифференциальных уравнений (2)–(4), имеющих разнообразные краевые условия, можно решить, используя метод операционного исчисления и теорию подобия с целью удобного практического использования полученного решения.

Наиболее общим и простым по технике вычисления для данных дифференциальных уравнений является метод функционального преобразования Лапласа [4].

Рассмотрим дифференциальное уравнение изменения объемного потока по элементу поверхности ds (2).

Введем обозначение

$$B = \pi(C_f - C_p). \quad (7)$$

Тогда уравнение (2) примет вид

$$\frac{dJ_p}{ds} = P - B, \quad (8)$$

где P — переменная; B — константа.

Функции $P(s)$, $J_p(s)$ принадлежат к подклассу функций, характеризуемых тем, что асимптотические значения при $s \rightarrow \infty$ меньше асимптотического значения функции $e^{\sigma s}$, где $\sigma > 0$. Поэтому к уравнениям (2) и (4) можно применить прямое преобразование Лапласа [4] относительно переменной s :

$$L^1\left[\frac{dP}{ds}\right] = L^1[A_p \cdot J_p]; \quad (9)$$

$$L^1\left[\frac{dJ_p}{ds}\right] = L^1[P - B]. \quad (10)$$

После преобразований (9) и (10) получаются алгебраические уравнения относительно изображений в виде

$$\xi \cdot P(\xi) - P_0 = A_p \cdot J_f(\xi); \quad (11)$$

$$\xi \cdot J_p(\xi) - J_{p0} = P(\xi) - \frac{B}{\xi}. \quad (12)$$

Преобразуем (11) и (12) к виду

$$P(\xi) = \frac{P_0}{\xi} + A_p \frac{1}{\xi} J_p(\xi); \quad (13)$$

$$P(\xi) = \xi \cdot J_p(\xi) - J_{p0} + \frac{B}{\xi}. \quad (14)$$

Приравниваем правые части выражений (13) и (14):

$$\frac{P_0}{\xi} + A_p \frac{1}{\xi} J_p(\xi) = \xi \cdot J_p(\xi) - J_{p0} + \frac{B}{\xi}. \quad (15)$$

Выражаем $J_f(\xi)$ путем следующих преобразований:

$$A_p \frac{1}{\xi} J_p(\xi) - \xi \cdot J_p(\xi) = -J_{p0} + \frac{B}{\xi} - \frac{P_0}{\xi} \quad (16)$$

или

$$J_p(\xi) \left[\frac{A_p - \xi^2}{\xi} \right] = \frac{-J_{p0} \cdot \xi + (B - P_0)}{\xi}, \quad (17)$$

тогда

$$J_p(\xi) = \frac{-J_{p0} \cdot \xi + (B - P_0)}{A_p - \xi^2}. \quad (18)$$

Уравнение (18) для изображений необходимо представить в виде, более удобном для обратного преобразования в область оригиналов:

$$J_p(\xi) = \frac{-J_{p0} \cdot \xi + (B - P_0)}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2}; \quad (19)$$

$$J_p(\xi) =$$

$$= J_{p0} \left\{ \frac{\xi}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right\} - \frac{(B - P_0)}{\sqrt{A_p}} \left\{ \frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right\}. \quad (20)$$

Перевод в область оригиналов можно произвести в соответствии с формулами, используя таблицы обратного преобразования [4]:

$$L^{-1}[J_p(\xi)] = J_p(s). \quad (21)$$

Переводим первое слагаемое правой части уравнения (20):

$$L^{-1} \left[\frac{\xi}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right] = \text{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s). \quad (22)$$

Переводим второе слагаемое правой части уравнения (20):

$$L^{-1} \left[\frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right] = \text{sh}(\sqrt{A_p} \cdot s). \quad (23)$$

Окончательно решение уравнения (20) относительно оригиналов для объемного потока пермеата:

$$J_p(s) = J_{p0} \cdot \text{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s) - \frac{(B - P_0)}{\sqrt{A_p}} \cdot \text{sh}(\sqrt{A_p} \cdot s). \quad (24)$$

Полученное решение относительно изображений (20) для объемного потока пермеата подставляем в уравнение (13):

$$P(\xi) = \frac{P_0}{\xi} + A_p \frac{1}{\xi} [J_{p0} \left\{ \frac{\xi}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right\} - \frac{(B - P_0)}{\sqrt{A_p}} \left\{ \frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right\}]. \quad (25)$$

Вносим аргумент преобразованной функции ξ в знаменатель и преобразуем:

$$P(\xi) = \frac{P_0}{\xi} + \frac{A_p}{\sqrt{A_p}} J_{p0} \left\{ \frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right\} - \frac{A_p \cdot (B - P_0)}{\sqrt{A_p}} \left\{ \frac{\sqrt{A_p}}{\xi \cdot [\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2]} \right\}. \quad (26)$$

Используя выражение (23), произведем обратное преобразование для второго слагаемого правой части уравнения (26):

$$L^{-1} \left[\frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right] = \sqrt{A_p} \cdot J_{p0} \cdot \text{sh}(\sqrt{A_p} \cdot s). \quad (27)$$

Для третьего слагаемого уравнения (26) табличного значения обратного преобразования Лапласа не существует. Для решения данной задачи можно использовать теорему Бореля [4] для свертки изображений:

$$f_1(\xi) \cdot f_2(\xi) = \int_0^s f_1(s - \lambda) f_2(\lambda) \cdot d\lambda, \quad (28)$$

где λ — параметр в диапазоне $[0; \tau]$.

Введем обозначения:

$$f_1(s - \lambda) = L^{-1} \left[\frac{\sqrt{A_p}}{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2} \right] = \text{sh}[\sqrt{A_p} (s - \lambda)]; \quad (29)$$

$$f_2(\lambda) = L^{-1} \left[\frac{1}{\xi} \right] = 1. \quad (30)$$

Подставим выражения (29) и (30) в (28) и проинтегрируем его в интервале $[0; \tau]$:

$$\begin{aligned} \int_0^s f_1(s - \lambda) f_2(\lambda) \cdot d\lambda &= \int_0^s \text{sh}[\sqrt{A_p} (s - \lambda)] d\lambda = \\ &= -\frac{1}{\sqrt{A_p}} [\text{ch}^2(\sqrt{A_p} \cdot s) - \\ &- \text{sh}^2(\sqrt{A_p} \cdot s)] + \text{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s) \frac{1}{\sqrt{A_p}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Левое слагаемое в квадратных скобках правой части выражения (31) подчиняется соотноше-

нию между гиперболическими функциями [4]:

$$[\operatorname{ch}^2(\sqrt{A_p} \cdot s) - \operatorname{sh}^2(\sqrt{A_p} \cdot s)] = 1. \quad (32)$$

С учетом равенства (32) выражение (31) примет вид

$$\int_0^s f_1(s-\lambda) f_2(\lambda) \cdot d\lambda = \frac{1}{\sqrt{A_p}} [\operatorname{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s) - 1]. \quad (33)$$

Подстановка (33) в третье слагаемое (26) дает для него решение относительно оригиналов:

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{\sqrt{A_p}}{\xi\{\xi^2 - (\sqrt{A_p})^2\}}\right] = \\ = -\frac{A_p}{\sqrt{A_p}}(B - P_0) \frac{1}{\sqrt{A_p}} [\operatorname{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s) - 1]. \end{aligned} \quad (34)$$

Первое слагаемое (26) в области оригиналов будет иметь вид

$$L^{-1}\left[\frac{P_0}{\xi}\right] = P_0. \quad (35)$$

Окончательно полное решение уравнения (26) относительно оригиналов для определения потерь давления в зависимости от изменения поверхности разделения примет вид

$$\begin{aligned} P(s) = P_0 + \sqrt{A_p} \cdot J_{p0} \cdot \operatorname{sh}(\sqrt{A_p} \cdot s) - \\ - (B - P_0) [\operatorname{ch}(\sqrt{A_p} \cdot s) - 1]. \end{aligned} \quad (36)$$

Для решения полученного уравнения необходимо задаться граничными условиями:

$P_0 = 0$ — изменение перепада давления в начальный период; $J_{p0} = 1$ — расход пермеата без учета потерь давления; $0 < s < 1$ — изменение активной поверхности мембраны; $B = \pi(C_f - C_p)$ — постоянная, характеризующая влияние осмотического давления (при разделении методом ультрафильтрации не учитывается).

Тогда, с учетом вышеназванных условий, уравнение (36) примет вид

$$P(s) = \sqrt{A_p} \cdot J_{p0} \cdot \operatorname{sh}(\sqrt{A_p} \cdot s). \quad (37)$$

Для демонстрации тенденций качественного влияния геометрических параметров трубчатого элемента на рис. 2 даны результаты тестовых расчетов. Рис. 2 наглядно показывает связь между увеличением потерь давления и величиной поверхности канала трубчатой мембраны.

Коэффициент A_p показывает зависимость изменения перепада давления от величины проницаемости. Чем больше коэффициент A_p , тем

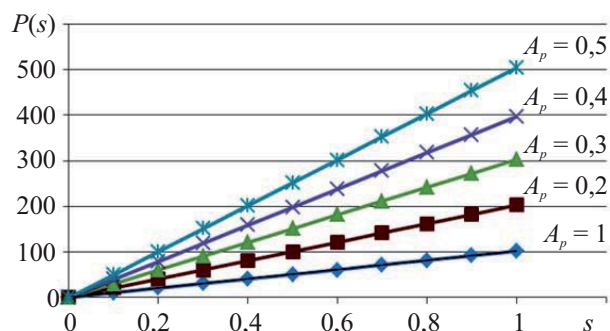


Рис. 2. Зависимость потери перепада давления от поверхности разделения канала трубчатой мембраны

меньше проницаемость моторного масла через мембрану и тем больше потери давления. Величина проницаемости зависит от размеров пор мембраны и их количества на единицу площади рабочей поверхности мембраны, скорости потока и концентрации примесей и вязкости разделяемой жидкости.

Результаты проверки адекватности теоретических выкладок и экспериментальных исследований при разделении отработанных моторных масел методом ультрафильтрации дали сходимость в пределах 10 % [5].

Полученное выражение (37) для определения потерь давления по длине мембранного канала можно использовать в инженерных расчетах при проектировании аппаратов по разделению ультрафильтрацией отработанных моторных масел от асфальто-смолистых примесей.

Список литературы

1. Способ утилизации отработанного моторного масла и установка для его реализации пат. 2333933 РФ / Э. М. Гаранин. — Оpubл. 10.10.2006.
2. Гриценко, В. О. Применение микрофильтрации для регенерации отработанных моторных масел / В. О. Гриценко, Н. С. Орлов // Мембраны. — М.: ВИНТИ, 2002. — С. 10–16.
3. Хванг, С.-Т. Мембранные процессы разделения / С.-Т. Хванг, К. Каммермейер; пер. с англ. под ред. Ю. И. Дыгнерского. — М.: Химия, 1981. — 464 с.
4. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1970. — 720 с.
5. Материальный баланс процесса разделения отработанного моторного масла от примесей на установке трубчатого типа / С. В. Федосов и др. // Информационная среда вуза. XIX Междунар. науч.-практ. конф. — Иваново: ИГАСУ, 2012. — С. 868–870.

References

1. Sposob utilizatsii otrabotannogo motornogo masla i ustanovka dlya ego realizatsii pat. 2333933 RF / Eh. M. Garanin. — Opubl. 10.10.2006. [Means of utilization of the used engine oil and installation for its realization pat. 2333933 RF / Eh. M. Garanin. — Publ. 10.10.2006.]
2. Gritsenko, V. O. Primenenie mikrofil'tratsii dlya regeneratsii otrabotannykh motornykh masel / V. O. Gritsenko, N. S. Orlov // Membrany. — M.: VINITI, 2002. — S. 10–16. [Gritsenko, V. O. The application of microfiltration for regeneration used engine oils / V. O. Gritsenko, N. S. Orlov // Membranes. — M.: VINITI, 2002. — P. 10–16.]
3. Khvang, S.-T. Membrannyye protsessy razdeleniya / S.-T. Khvang, K. Kammermeyer; per. s angl. pod red. Yu. I. Dytnerskogo. — M.: Khimiya, 1981. — 464 s. [Khvang, S.-T. Membrane processes of division / S.-T. Khvang, K. Kammermeyer; transl. from English by Yu. I. Dytnerskoy. — M.: Chemistry, 1981. — 464 p.]
4. Korn, G. Spravochnik po matematike / G. Korn, T. Korn. — M.: Nauka, 1970. — 720 s. [Korn, G. Reference book on mathematics / G. Korn, T. Korn. — M.: Science, 1970. — 720 p.]
5. Material'nyy balans protsessa razdeleniya otrabotannogo motornogo masla ot primesey na ustanovke trubchatogo tipa / S. V. Fedosov i dr. // Informatsionnaya sreda vuza. XIX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. — Ivanovo: IGASU, 2012. — S. 868–870. [Material balance of process of purifying of the used engine oil from impurity at the installation of tubular type / S. V. Fedosov, etc. // Informational environment at the higher education institution. The XIX Int. sci.-pract. conf. — Ivanovo: IGASU, 2012. — P. 868–870.]